



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
EDIȚIA 2009
FAZA LOCALĂ

CLASA A X-a
VARIANTA 1

Subiectul 1 :

Fie $Z_1, Z_2 \in \mathbb{C}^*$ astfel încât $|Z_1 + Z_2| = |Z_1| + |Z_2|$.

Să se arate că există $\alpha > 0$ astfel încât $Z_1 = \alpha Z_2$.

Subiectul 2 :

Să se rezolve ecuațiile:

a). $9^x - 5^x - 4^x = 2\sqrt{20^x}$

b). $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2^x + 2^{-x}$

Subiectul 3 :

Fie $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ astfel încât $(f(n+1) - f(n))(f(n+1) + f(n) + 4) \leq 0, \forall n \in \mathbb{N}$.

Să se arate că f nu este injectivă.

Marin Ionescu, profesor Pitești
Marian Teler, profesor Costești

Subiectul 4 :

Fie $a, b, c > 1$. Să se demonstreze inegalitatea:

$$(\log_a b - 1 + \log_c b)(\log_b c - 1 + \log_a c)(\log_c a - 1 + \log_b a) \leq 1.$$

Marin Ionescu, profesor Pitești

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru : 3 ore